

**Optimalne debljinske klase za selekciju proporcionalnu  
zapremini stabala (PPS)  
The Optimal Threshold for PPS (Tree volume)**

Azra Čabaravdić  
Šumarski fakultet Sarajevo

**Abstract**

The forest inventory planning is always open for advanced scientific approach applications.

The survey planners try to optimise all activities within the forest inventory. The optimisation of the sampling plan should show the direction of further improvements of the existing tree selection plan, regarding selection of trees based on probability proportional to size (PPS - Probability Proportional to Size), to prediction (PPP) or to error (PPE).

This paper discusses a possibility of optimal threshold determination for tree selection proportional to tree volume. It is expected that applied procedures would show relative efficiency of diameter thresholds which characteristics could satisfy the requirements for high precision.

Further, this approach could be used as a base for development of more complex sampling designs.

Key words: forest inventory, tree selection plan, optimal threshold

**1. Uvod**

Planiranje inventure šuma je uvijek aktuelno kako sa stanovišta unapređenja naučnih pristupa planiranja tako i sa stanovišta primjene tehnoloških unapređenja. U posljednje vrijeme u fokusu istraživanja se nalazi naučni pristup planiranja uzorka baziranog na modelima. Modeli se izvode na osnovu podataka prethodnih inventura šuma ili studija slučaja.

Primjena modela za izvođenje plana selekcije stabala u uzorak bi trebala, pored ostalog, pokazati pravac kojim bi se moglo izvesti unapređenje postojećeg plana, kada je u pitanju selekcija stabala na principu vjerovatnoće selekcije stabala proporcionalne zapremini stabala (PPS - Probability Proportional to Size).

Matić (1964) je predložio plan selekcije stabala za taksaciona snimanja koji je sadržavao intervale prsnih prečnika za selekciju stabala i odgovarajuće radijuse kon-

centričnih krugova. Prema navedenom planu selekcija stabala se vršila u šest koncentričnih krugova za odabrane intervale prsnih prečnika (Tabela 1).

Tabela 1. Plan selekcije stabala prema Matić-u (1964)

Table 1. Tree selection plan according to Matić (1964)

Breast diameter (cm)	5-10	10-15	15-20	20-30	30-50	50-80	>80,0
Radius (m)	2,2	3,6	4,60	6,0	7,0	14,0	20,0

Radijusi krugova približno odgovaraju krugovima koji se dobivaju relaskopom na bazi razmjera 1:25 (Matić, 1969).

Stojanović i Drinić (1974) su obavili istraživanja o veličinama koncentričnih krugova premjernih površina zadržavajući prethodne intervale prsnih prečnika za selekciju stabala. Pri tome su autori predložili sljedeći plan selekcije stabala za taksacionu procjenu privredno najvažnijih šuma u BiH (tabela 2):

Tabela 2. Plan selekcije stabala prema Stojanović i Drinić-u (1974)

Table 2. Tree selection plan according to Stojanović and Drinić (1974)

Breast diameter (cm)	5-9,9	10-14,9	15-19,9	20-29,9	30-49,9	50-79,9	>80,0
Radius (m)	2,5	3,5	4,5	5,5	9,0	15,0	25

Planovi selekcije stabala prema novijim istraživanjima zasnivaju se na poznatim funkcijama vjerovatnoća. U praksi se traži lako-mjerljiva pomoćna varijabla (prsni prečnik, temeljnica) koja je dobro korelirana s ciljnom varijablom (zapreminom), u cilju pojednostavljenja selekcije proporcionalno pomoćnoj varijabli koliko je to moguće. Ovaj metod selekcije nazvan je selekcija s vjerovatnoćama proporcionalnim veličini ciljne varijable, ili kratko PPS-selekcija. Na primjer, temeljnica stabla je lako-mjerljiva u sastojini i dobro korelira s zapreminom stabla, visinom stabla i projekcijom krošnje. Pri tome je očigledno da temeljnica 100% korelira sama s sobom. U ovom slučaju PPS-selekcija sa zavisnim vjerovatnoćama selekcije proporcionalnim temeljnici se može automatski obezbjediti koristeći Biterlichov metod ugaonog izbrajanja. Kod ugaonog izbrajanja stabla su uključena u uzorak ako je prsni prečnik gledan iz tačke  $x$  (pod uglom  $\alpha$ ) veći nego granični ugao  $\alpha$ . Široko korištene metode koncentričnih krugova su ustvari, diskretna aproksimacija ugaonog izbrajanja: stabla su uključena u uzorak ako leže u odgovarajućem krugu centriranom u tački  $x$  i njihovi prečnici su veći nego odgovarajuće donje granice intervala prsnih prečnika. Obično se radi o 1, 2, 3 i rjeđe o većem broju vrijednosti (Vries, 1986).

U praksi su najčešće prisutne selekcije stabala u dva ili tri koncentrična kruga, pri čemu je utvrđeno da je takva selekcija dovoljno bliska selekciji stabala proporcionalno ciljnoj varijabli, a uz to zadovoljava i druge praktične aspekte taksacionih snimanja. Bitna pitanja koja se javljaju pri primjeni sistema koncentričnih krugova su uticaj broja koncentričnih krugova na ivične efekte i jednostavnost izvođenja taksacionih snimanja.

Schröder et al. (1993) preporučuju, u prirodnim mješovitim šumama sa širokim rasponom variranja prsnih prečnika stabala, najviše do tri koncentrična kruga.

Schmid - Hass et al. (1993), na osnovu studije troškova i preciznosti, predlaže da se pri provođenju kontinuirane inventure šuma koristi sistem koncentričnih

krugova površine 200 za sva stabla s prečnikom iznad 12 cm i površine od 500 za stabla čiji je prečnik veći od 36 cm. Pri tome naglašava da veći broj koncentričnih krugova ili veći radijusi mogu značajno povećati sistematske greške i uticati na porast troškova.

Kod planiranja parametara uzorka preferira se jednostavnost kod izvođenja taksacionih snimanja, smatrajući da složeniji planovi povećavaju rizike grešaka mjerenja (Köhl and Scott, 1993). Odluku o broju koncentričnih krugova treba donijeti uzimajući u obzir sve aspekte primjene.

## 2. Metod i materijal

### 2.1 Metod diskretne aproksimacije za PPS

Za određivanje optimalnih intervala prsnih prečnika stabala za selekciju proporcionalnu veličini zapremina stabala korišten je metod diskretne aproksimacije za PPS (Mandallaz, 2001).

Selekcija proporcionalna zapremini (PPS) znači da je vjerovatnoća selekcije stabala  $i$ -tog prsnog prečnika proporcionalna njihovom udjelu u ukupnom broju stabla i njihovoj zapremini. Udio stabala  $s$   $i$ -tim prsnim prečnikom je izražen relativnom debljinskom raspodjelom stabala prethodnog uzorka (funkcijom gustine). Veličine zapremine stabala zavisne od prsnog prečnika stabala izvedene su sumiranjem zapremina pojedinih vrsta drveća koje su se našle u uzorku. Na ovaj način definisane strukture broja stabala i zapremine stabala u uzorku poslužile su za određivanje intervala prsnih prečnika stabala pri kojem bi se ostvario najpribližnji izbor proporcionalan udjelu stabla i odgovarajućoj zapremini.

Tačan izbor stabala proporcionalan zapremini stabala se ostvaruje kada je broj intervala isti broju različitih vrijednosti zapremina. Međutim, u praksi se izbor vrši u različitom broju debljinskih intervala (koncentričnih krugova) ( $C_u$ ) i to u jednom, dva, tri ili više. U tom slučaju se intervali prsnih prečnika stabala selekcije u svakom koncentričnom krugu biraju uvodeći funkciju zapremine stabala kojom se za odabrani broj intervala ( $u$ ) može odrediti broj stabala u datom intervalu i sve zapremine tog intervala aproksimirati prosječnim zapreminom intervala  $g^*(Y_i)$ . Ta aproksimacija je definisana sa:

$$g^*(Y_i) = \sqrt{E\{Y_i^2 | Y_i \in C_i\}}$$

Korištenjem Cauchy-Schwartzove nejednakosti za bilo koju aproksimaciju, izveden je parametar koji pokazuje odnos selekcije u odabranom broju debljinskih intervala prema selekciji proporcionalnoj tačnoj veličini ciljne varijable:

$$\gamma_u = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{Y_i^2}{g^*(Y_i)}}{\sum_{i=1}^N Y_i} = \frac{\sum_{i=1}^N g^*(Y_i)}{\sum_{i=1}^N Y_i} \geq 1$$

Što je selekcija u odabranom broju debljinskih intervala bliža selekciji proporcionalnoj veličini ciljne varijable, to je parametar  $\gamma_u$  bliži jedinici (inače je veći od

jedan). Dakle, parametar  $\gamma_u$  je faktor koji pokazuje relativnu efikasnost aproksimacije PPS u poređenju s tačnim PPS.

Za određivanje intervala prsnih prečnika stabala selekcije po ovom kriteriju, potrebno je za odabrani broj debljinskih intervala ustanoviti optimalan izbor intervala u kojem se ostvaruje najpovoljnije rješenje. Određivanje optimalnih intervala se vrši na bazi funkcije gustine i zapreminske funkcije numeričkim metodom, računom provjeravajući sve moguće kombinacije u datom rasponu prsnih prečnika. Za određivanje ovih parametara razvijen je softverski program (Mandallaz and Ye, 1998). Program može jednostavno odrediti parametar  $\gamma_u$  i izabrati njegove minimalne vrijednosti. U dosadašnjim inventurama šuma vjerovatnoće selekcije  $\pi_e$  nisu bile direktno proporcionalne funkciji  $g$ . Lanz (2001) je izveo koeficijent  $\gamma_\pi$  koji vrijedi za svaki  $\pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N\}$  i pokazao da  $\gamma_\pi = \gamma_v^2$

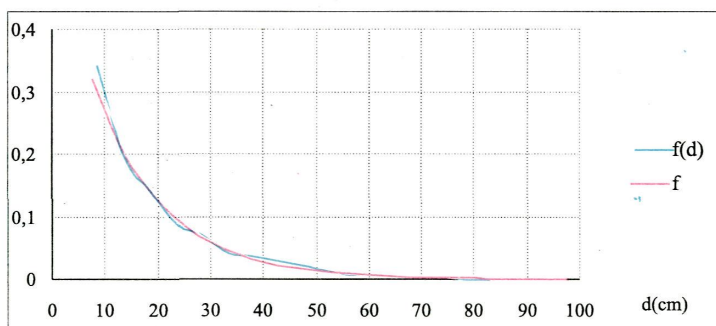
## 2.2 Istraživački materijal

Kao istraživački materijal korišteni su podaci o strukturnim karakteristikama visokih šuma sa prirodnom obnovom na Šumsko-gospodarskom području "Konjuh" Kladanj registrovani prilikom posljednje inventure šuma (1990).

## 3. Rezultati

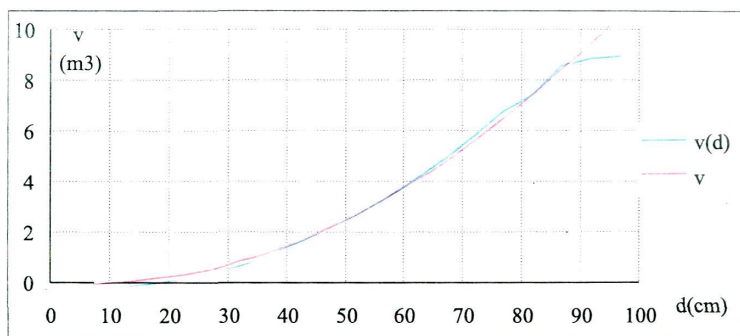
Na osnovu debljinske strukture visokih šuma s prirodnom obnovom na cijelom šumsko-gospodarskom području, izvedena je debljinska struktura tih šuma po debljinskim stepenima širine 5 cm (Graf. 1). Uočava se oblik raspodjele tipičan za preborne šume: najveći broj stabala nalazi se u najnižem debljinskom stepenu, dok s porastom debljine stabala broj stabala opada. Za ovakav oblik raspodjele stabala, odabrana je eksponencijalna funkcija za izražavanje funkcije vjerovatnoće broja stabala u debljinskim stepenima. Regresionom analizom utvrđen je oblik funkcije:

$$f(d) = 0,0755 \exp(-0,0755d)$$



Graf. 1. Relativna debljinska struktura visokih šuma s prirodnom obnovom  
Fig. 1. Relative diameter distribution in natural regenerated forests

Na bazi debljinske strukture šume i zapremina pojedinačnih stabala iz Tablica taksacionih elemenata za visoke i izdanačke šume (1) izveden je grafikon broj 2.

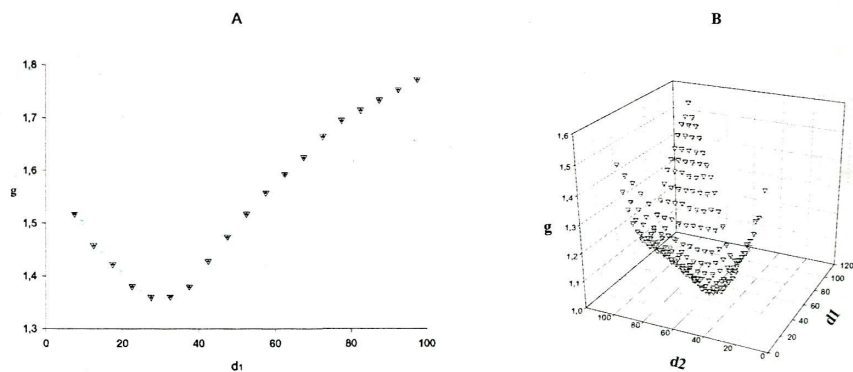


Graf. 2. Zapreminska funkcija  
Fig. 2. Volume function

Nakon regresione analize prihvatljivih modela, odabran je sljedeći analitički oblik modela za zapremine stabala:

$$v(d) = \exp(-9,76 + 2,84 \ln(d) - 0,0021(d)^4)$$

Po izvođenju funkcije vjerovatnoća broja stabala u debljinskim stepenima i zapreminske funkcije u visokim šumama s prirodnom obnovom, provedena je optimizacija plana selekcije stabala.



Graf. 3.: PPS faktor-dva (A) i tri optimalna debljinska intervala (B)  
Fig. 3.: PPS factor for two (A) and three optimal diameter threshold (B)

Na grafikonu 3 se uočavaju minimalne vrijednosti PPS faktora za veličine optimalnih debljinskih intervala.

Po metodu diskretne aproksimacije za PPS, utvrđeni su optimalni intervali prsnog prečnika stabala selekcije u okolini tačke, i to birajući 2 i 3 debljinska intervala, te određen PPS faktor pri selekciji stabala u šest debljinskih intervala korištenih u prethodnoj inventuri (6\*).

Tabela 3. Optimalni debljinski intervali i faktori za zapreminu stabala  
 Table 3. Optimal diameter threshold and factor for tree volume

$u$	$N_{u,p}$	$\gamma_u$	$P$	$d_{u,p}$ (cm)	$g_{u,p}^v$ (m <sup>3</sup> )	$sd_{u,p}$ (m <sup>3</sup> )	$V_{u,p}^-$ (m <sup>3</sup> )	$V_{u,p}^+$ (m <sup>3</sup> )
1	95	2,4595	I	> 5	0,4067	0,0882	0,0072	10,8449
2	27	1,3689	I	5-30	0,2408	0,0339	0,0072	0,7827
	68		II	> 31	2,6665	0,0746	0,8462	10,8449
3	17	1,1692	I	5 - 20	0,1103	0,0165	0,0072	0,2953
	23		II	21 - 44	0,8613	0,0406	0,3322	1,8211
	55		III	> 45	4,0433	0,0571	1,9201	10,8449
6*	1	1,1288	I	5 -10	0,0186	0,0000	0,0186	0,0186
	2		II	11 -20	0,1157	0,0272	0,0679	0,1608
	2		III	21 - 30	0,4237	0,0443	0,3113	0,5329
	4		IV	31 - 50	1,4119	0,0985	0,8289	2,1593
	6		V	51 -80	3,8432	0,0803	2,7541	6,7189
	4		VI	> 80	8,2342	0,7470	7,4074	10,844

#### 4. Diskusija

Primjena jednog debljinskog intervala (jedne kružne površine) za selekciju stabala predstavlja selekciju stabala na fiksnoj kružnoj površini, pri čemu se u uzorak selekcioniraju sva stabla iznad taksacionog praga ( $d > 5$  cm). Zapaža se da najveću vrijednost faktor poprima upravo pri izboru stabala u jednom krugu. Vrijednost faktora pokazuje da bi selekcija stabala u jednom krugu dosta odstupala od selekcije proporcionalne zapremini stabala u istraživanoj šumi.

Povećanje broja debljinskih intervala (koncentričnih krugova) za selekciju stabala na dva dovelo je do opadanja PPS faktora, što ukazuje da se ovakvim načinom selekcije stabala povećava preciznost procjene zapremine stabala. Optimalni intervali prsnih prečnika za selekciju stabala su: 5 cm - 30 cm i  $d > 31$  cm. To znači da se u prvom koncentričnom krugu treba vršiti selekcija svih stabala s prsnim prečnikom iznad taksacionog praga, a u drugom koncentričnom krugu u uzorak se selekcioniraju samo stabala čiji je prsni prečnik veći od 31 cm.

Pri selekciji stabala u tri koncentrična kruga uočava se da je minimalna vrijednost PPS faktora pri veličinama prsnih prečnika od 20 cm i 44 cm. To znači da bi birajući stabla u uzorak u tri koncentrična kruga, izbor bio najbliži tačnoj zapremini ako bi u prvom koncentričnom krugu u uzorak bila selekcionirana sva stabala iznad taksacionog praga, u drugom koncentričnom krugu samo stabla s prsnim prečnikom većim od 20 cm i u trećem koncentričnom krugu samo stabla s prsnim prečnikom većim od 44 cm.

Vrijednost faktora pri selekciji stabala u tri koncentrična kruga pokazuje manju relativnu razliku veličina faktora za dva i tri optimalna debljinska intervala, te se može smatrati da bi smanjenje PPS faktora bilo zanemarljivo pri daljem povećanju broja koncentričnih krugova (Mandallaz, D., 1997).

Nakon određivanja optimalnih intervala prsnih prečnika stabala selekcije pri upotrebi jednog, dva, tri i četiri koncentrična kruga, izveden je faktor za selekciju stabala u šest koncentričnih krugova (6\*). Treba napomenuti da se ne radi o optimal-

nim intervalima prsnih prečnika stabala selekcije određenim metodom korištenim u ovom radu, već o debljinskim intervalima određenim po metodu Stojanović i Drinić-u (1974), kako je dato u tabeli 2. Zadržavajući prethodno korištene intervale prsnih prečnika stabala selekcije, potvrđena je očekivana najmanja vrijednost PPS faktora. Dakle, potvrđeno je da se primjenom šest koncentričnih krugova, iako oni nisu izvedeni po metodu diskretne aproksimacije za PPS, dobija najpreciznija procjena.

## 5. Zaključak

Rezultati ukazuju na mogućnosti planiranja optimalnih intervala prsnih prečnika za selekciju stabala za PPS (Probability Proportional to Size) zapremine stabala.

Na osnovu poređenje faktora za PPS pri primjeni jednog, dva, tri i šest debljinskih intervala za selekciju stabala, utvrđeno je da s porastom broja debljinskih intervala za selekciju stabala (koncentričnih krugova) opada vrijednost PPS faktora (tabela 3). To znači da se sa porastom broja debljinskih intervala teži selekciji stabala koja je bliža selekciji direktno proporcionalnoj udjelu stabala određene zapremine na istraživanom šumskom području. Povećanje broja debljinskih intervala za selekciju stabala, uz pretpostavku optimalnih intervala prsnih prečnika stabala selekcije, rezultira opadanjem faktora ispočetka značajno, da bi, s daljim porastom, relativni odnos ovih vrijednosti opadao. To navodi na zaključak da se s daljim porastom broja koncentričnih krugova ne očekuje značajnije smanjenje PPS faktora. U tom smislu bi bilo praktično razmotriti primjenu do tri optimalna debljinska intervala (koncentrična kruga), radi jednostavnosti plana selekcije i smanjenja rizika ivičnih efekata. S povećanjem broja optimalnih debljinskih intervala ne dolazi do značajnijeg povećanja preciznosti u odnosu na tačan PPS, a uz to primjena većeg broja koncentričnih krugova za selekciju stabala otvara pitanje ivičnih efekata i troškova.

Primjenom navedenog metoda određivanja optimalnih debljinskih intervala, odluka o broju debljinskih intervala može biti zasnovana na očekivanoj preciznosti procjene zapremine stabala. Pored toga moguće je ocijeniti uticaj primjene debljinskih intervala odabranih po drugim kriterijima.

Na sličan način moguće je razmotriti uticaj debljinskih intervala na preciznost procjene kod dvostepenog plana selekcije stabala, te razviti plan selekcije stabala dvostepenom procedurom.

## Literatura:

1. Drinić, P., Matić V., Pavlič J., Prolić N., Stojanović O., Vukmirović V. (1980): Tablice taksacionih elemenata visokih i izdanačkih šuma. Institut za šumarstvo. Sarajevo
2. Köhl, M. and Scott, C. H. (1993): A Method for Comparing Sampling Design Alternatives for Extensive Inventories. Mitt. Eidgenoss. Forsch.anst. Wald Schnee Landsch., 68 (1).
3. Lanz, A. (2001): Optimal sample design for extensive forest inventories: PHD. Chair of Forest Inventory and Planning, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich.
4. Mandallaz, D. (1991): A Unified Approach to Sampling Theory for Forest Inventory Based on Infinite Population and Superpopulation Models:PH. Chair of Forest Inventory and Planning, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich.

5. Mandallaz, D. (1997): The anticipated variance: a tool for optimization of forest inventories. Chair of Forest Inventory and Planning, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich.
6. Mandallaz, D. and Ye, R. (1999): Forest inventory with optimal two-phase, two-stage sampling schemes based on the anticipated variance. *Canadian Journal for Forest Research*, 29:1691-1708.
7. Mandallaz, D. (2001): Optimal sampling schemes based on the anticipated variance with lack of fit. Chair of Forest Inventory and Planning, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich.
8. Matić, V. (1971): Uređivanje šuma, II. Univerzitet u Sarajevu, Sarajevo.
9. Schmid - Haas P., Baumann, E., Werner, J. (1993): Forest Inventories by Unmarked Permanent Sample Plots: Instructions. Swiss Federal Institute for Forest, Snow and Landscape Research, Birmensdorf.
10. Schröder, H. T., Gregoire, T. G. and Wood, G. B. (1993): Sampling methods for multiresource forest inventory. John Wiley & Sons, Inc., New York.
11. Stojanović, O. i Drinić, P. (1974): Istraživanje veličine koncentričnih kružnih površina za taksacionu procjenu šuma. *Radovi Šumarskog fakulteta i Instituta za šumarstvo u Sarajevu*, 1972 : 5-34.
12. Vries, P. G. (1986): Sampling Theory for Forest Inventory. Springer-Verlag, Berlin.

### Summary

The aim of this work was determination of optimal threshold for PPS for tree volume based on databases of most recent forest inventory on Economic forest management region "Konjuh" Kladanj. Discrete approximation for PPS is applied here (Mandallaz, 2001).

It is found that optimal diameter thresholds are 5 cm - 30 cm and  $> 31$  cm for two diameter intervals and 5 cm - 20 cm, 21 cm - 44 cm and  $> 45$  cm for three diameter intervals. Results show that with diameter interval number increase, tree volume precision increases as well, with decreasing relative difference between PPS factor. It could be conclude that, keeping concentric circles as tree selection plan, it could be worthwhile to have up to tree circles (optimal threshold). Then there is no significant deference between increased number of thresholds and angle account (exact PPS), but here appears a question of edge trees and costs.

Further, using applied method it could be discussed tree selection proportional to prediction (PPP) assuming two-stage tree selection procedure.