ZAVOD ZA UREĐIVANJE ŠUMA
POLJOPRIVREDNO-ŠUMARSKOG FAKULTETA U SARAJEVU

B. POPOVIĆ

NEPRAVILNA PRIMENA METODA NAJMANJIH KVADRATA PRI ODREĐIVANJU VISINSKE KRIVE SASTOJINE

Uvod

Prilična jednostavnost kod izračunavanja čini da parabolički trend bude najčešće u upotrebi pri određivanju visinske krive date sastojine. Ovome svakako doprinosi i činjenica da je parabolički trend široko poznat među stručnjacima, jer ima veoma raznostranu primenu, a ne zahteva velika računska sredstva. I pored toga što su date mnoge druge formule za visinsku krivu, od kojih neke više odgovaraju prirodnom obliku visinske krive i imaju više opravdanja s naučnog stanovišta, ipak parabolički trend ostaje stalno u upotrebi u naučnim radovima, zbog svoje praktičnosti i poznatosti.

Pri nalaženju paraboličkog trenda koristi se metod najmanjih kvadrata. Ovaj metod je vrlo efikasno oruđe kod određivanja najvjerovatnijih vrednosti, ali samo ako se pametno upotrebi. Međutim, on se kod visinske krive ne koristi potpuno pravilno. Naime, metod najmanjih kvadrata postavlja za odredivanje nepoznatih koeficijenata uslov: zbir kvadrata otstupanja treba da bude minimalan. Ali kojih otstupanja? Na to se često ne obraća dovoljno pažnje, pa se (ne samo kod visinske krive u šumarstvu, već ponekad i u naukama koje se mnogo više koriste ovim metodom i matematičkom aparaturom uopšte) računa sa otstupanjima koja nisu bitna za postavljeni cilj.

Postavimo jasno taj cilj kod visinske krive. Paraboličkim trendom se visinska kriva ne određuje radi same sebe, tj. radi veze između visine i prečnika stabla (u tu svrhu mogu da dođu u obzir samo prirodnije »krive porasta«), već radi izračunavanja zapremina stabala date sastojine. Dakle, cilj nam je da računate zapremine što manje otstupaju od stvarnih zapremina. Prema tome i metod najmanjih kvadrata treba primenjivati tako da postane minimalan zbir kvadrata razlika između zapremina računatih po visinskoj krivoj i zapremina određenih po merenim visinama.

Polazeći od ovako postavljenog cilja u ovom radu će biti uvedeno korišćenje tega d^2 radi korekture primene metoda najmanjih kvadrata, a istovremeno će biti data ispravka tzv. skraćenog metoda za nalaženje visinske krive.

1) Kritika »skraćenog metoda«

Da bi izračunavanje visinske krive učinili što praktičnijim, J. W. Ker, F. W. Waldie i J. H. G. Smith dali su i razradili »skraćeni metod« za nalaženje paraboličkog trenda. Skraćenje se sastoji najpre u korišćenju činjenice da kriva treba da prolazi kroz tačku (0,1 · 3 m), jer treba da dā prsnu visinu kada je prsni prečnik jednak nuli. Drugo skraćenje je u formiranju uslovnih jednačina ne direktno metodom najmanjih kvadrata, već podelom stabala u dve grupe.

Ker i Smith su pokazali [1] na primeru da ovaj metod daje uglavnom iste rezultate kao i druge formule koje su najčešće u primeni, samo malo slabije nego puna primena metoda najmanjih kvadrata. Međutim, primer može da služi samo kao ilustracija drugih dokaza, a ne kao dokaz. Može se i argumentima i primerom pokazati da ovakav skraćeni metod ne može biti ni blizu ravnopravan punom metodu najmanjih kvadrata.

Najpre izbor tačke (0,1.3) kao fiksne tačke, tj. uzimanje parabole u obliku

$$h = 1.3 + b \cdot d + \cdot d^2 \qquad (1)$$

smanjuje sa 3 na 2 broj jednačina koje treba rešavati, tako da posao postaje skoro isti kao kod pravoliniskog trenda. To je nesumnjiva korist od fiksiranja tačke. S druge strane, ovim fiksiranjem parabola drugog reda postaje manje elastična, manje prilagodljiva datim podacima, naročito postaje više vezana za podatke bliže fiksnoj tački (0,1.3), tj. tanjim stablima. Ukoliko ovih ima više utoliko će ona i dominirati u određivanju koeficijenata **b** i **c**. Ali ova neelastičnost nije bitna, jer je kriva prirodno vezana za tačku (0,1.3), a kod ovih problema treba uzimati što prirodniju krivu.

S obzirom da parabola $h = 1.3 + bd + cd^2$ ne zahteva pri obradi više truda nego prava linija $h = a + bd$, a znatno manje nego parabola $h = a + bd + cd^2$, korišćenje fiksne tačke (0,1.3) nije za odbacivanje. Ali se mora biti spreman na eventualno manje tačne rezultate nego kad se upotrebi puni parabolički trend.

Grešku čine autori ovog »skraćenog metoda« pri formiranju uslovnih jednačina za određivanje koeficijenata **b** i **c**. Radi daljeg uprošćenja računa oni umesto $h = 1.3 + bd + cd^2$ uzimaju

$$\frac{h - 1.3}{d} = b + c \cdot d \qquad (2)$$

što bi matematski bilo ispravno kada bi ove jednakosti stvarno postojale. Međutim, one važe uz izvesna otstupanja, koja mi želimo da učinimo što manjim, u kom slučaju dolaze do izražaja zakoni verovatnoće. Ovako kako oni to uzimaju postiže se da budu minimalna otstupanja pravoliniskog trenda $b + cd$, tj. $\frac{h - 1.3}{d}$ od odgovarajućih merenih vrednosti $\frac{h_i - 1.3}{d}$ Zbir kvadrata ovih otstupanja biće

$$S\left(\frac{h_i - 1.3}{d} - \frac{h - 1.3}{d}\right)^2 = S\,\frac{(h_i - h)^2}{d^2}$$

Uzimanjem parabole u obliku (2) mi ustvari postavljamo uslov da bude u minimumu zbir kvadrata otstupanja visinske krive od merenih visina, uz upotrebu tega $\frac{1}{d^2}$. Ovo je upravo suprotno onome što se želi postići, jer uslov, da otstupanja zapremina budu minimalna, zahteva, kao što ćemo malo kasnije videti, upotrebu tega d^2. No i bez ove novine sa tegom d^2, nemamo prava da bez razloga uvodimo teg $\frac{1}{d^2}$ ni onda kada bismo visinsku krivu nalazili samu za sebe, tj. kada bismo želeli da budu minimalna otstupanja tražene visinske krive od merenih visina.

Prema tome pri korišćenju skraćenog postupka ne smemo koristiti (2), već je ispravnije zadržati (1). Tada možemo za odredbu koeficijenata **b** i **c** formirati dve jednačine

$$S_1 (h - 1.3) = b \cdot S_1 d + c \cdot S_1 d^2$$
$$S_2 (h - 1.3) = b \cdot S_2 d + c \cdot S_2 d^2$$

pri čemu se zbirovi S_1 i S_2 odnose na dve grupe stabala: tanjih i debljih. Ovo smemo da radimo ako u obema grupama imamo veliki broj stabala, jer ukoliko je broj stabala veći utoliko je verovatnije da će se otstupanja pojedinih jednačina (1) od stvarnih vrednosti poništiti prilikom sumiranja.

Kada bi stabla bila ravnomerno raspoređena (kao što je u primeru iz rada [1]), tada podela na dve grupe ne bi bila problem. Ali u praksi obično tanjih stabala imamo više nego debljih, pa bi podela u dve brojčano jednake grupe povukla za sobom čvršću vezanost krive za tanja stabla. Kada bismo, pak, podelili po debljinskim stepenima, onda bi ponekad mali broj debelih stabala imao isti uticaj kao veliki broj tankih stabala (što je donekle ispravno, jer nam je za odredbu zapremina važnije da budu tačnije određene visine kod debljih stabala). Zbog svega toga treba, pri podeli stabala u dve grupe, imati u vidu i broj stabala i srednju debljinu, pa potražiti srednje rešenje: ne ići suviše daleko od srednje debljine, ali i ne dozvoliti da broj stabala u jednoj grupi bude mnogo manji nego u drugoj (najviše dvaput).

Samo ovako tretiran »skraćeni metod« može da ima opravdanja. Uzmemo li odmah da su stabla podeljena u debljinske klase i da ih ima **n** u klasi sa prečnikom **d** (uz srednju visinu **h**), onda poslednje jednačine dobijaju formu

$$\left.\begin{aligned} S_1 n (h - 1.3) &= b \cdot S_1 n d + c \cdot S_1 n d^2 \\ S_2 n (h - 1.3) &= b \cdot S_2 n d + c \cdot S_2 n d^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Drugu, sasvim ispravnu, varijantu ću dati kasnije, zajedno sa tegom d^2, a na primeru će biti ilustrovana razlika između rezultata dobivenih koristeći (2) i (3). Koristeći (2) u navedenom primeru imamo $h = 1 \cdot 3 + 47 \cdot 875\, d - 4 \cdot 362\, d^2$, a koristeći (3) dobijamo $h = 1 \cdot 3 + 53 \cdot 137\, d - 16 \cdot 341\, d^2$. Već ovaj primer i sam pokazuje neodrživost »skraćenog metoda« (koji nije ništa drugo nego nepravilna primena »normalnih mesta« iz teorije najmanjih kvadrata) obrađenog u obliku (2), ma da ni preko (3) nije još postignut pravi cilj. Primer iz [1] je dao zadovoljavajuće rezultate usled prilično ravnomernog rasporeda debljih stabala.

2) Svođenje eksponencijalnog na pravoliniski trend

Evo, u istom nizu misli, još jednog primera kako nepravilno korišćenje metoda najmanjih kvadrata dovodi do netačnih rezultata i onde gde bi oni trebalo da budu tačni. I. Mihajlov [2] daje za visinsku krivu formulu

$$h = a \cdot e^{-\frac{b}{d}},$$

ali kako u ovom obliku ona nije pogodna za primenu metoda najmanjih kvadrata on je koristi (a i drugi) u logaritamskom obliku $\log h = \log a - b/d \cdot \log e$, pa traži da bude u minimumu zbir kvadrata od $\log h_i - \log h$. Da to nije isto što i minimalnost od $S(h_i - h)^2$ pokazaću odmah.

Stavimo $$h_i - h = e_i \tag{4}$$

Tada je $$\log h_i - \log h = \log \frac{h + e_i}{h} = \log\left(1 + \frac{e_i}{h}\right).$$

Pošto su e_i male vrednosti možemo se zadovoljiti prvim stvarno postojećim članom u Maclaurin-ovom redu za $\log (1 + \frac{e_i}{h})$, tj. sa $\frac{e_i}{h}$. Tako imamo

$$S(\log h_i - \log h)^2 = S\left(\frac{e_i^2}{h^2}\right),$$

pa se dakle ovim logaritmovanjem ustvari uvodi teg $\frac{1}{h^2}$, što je neispravno i u odnosu na samu visinsku krivu, a još neispravnije — kao što ćemo malo kasnije videti — u odnosu na zapremine.

U čemu se ova upotreba tega $\frac{1}{h^2}$ praktično pokazuje? Ona ima za posledicu umanjeno učešće većih visina, jer se kod njih ovim putem dopuštaju veća otstupanja (koja potom teg umanjuje). Postiže se, dakle, upravo suprotno od onoga što bi trebalo da bude, tj. da bude veći uticaj velikih visina, kako bi otstupanja u zapreminama bila što manja.

Tačnost ovog rezonovanja se potvrđuje i na konkretnom primeru koji je sam Mihajlov obradio u radu [2]. On sam konstatuje »deka izramnuvanjeto na skršenata linija na visočinite po metodot na najmalite kvadrati po opišaniot način vo našiov slučaj se javuva kako krajno bezuspešen; krivata na visočinite se javuva dosta poniska od skršenata linija na visočinite« [2], str. 33). Objašnjenje on i ne traži već traži način kako da to koriguje (mada su mu korekcije u kontradikciji sa osnovnim zadatkom metoda najmanjih kvadrata: da da najverovatnije vrednosti potrebnih koeficijenata). Međutim, objašnjenje je u gore rečenom o upotrebljenom tegu $\frac{1}{h^2}$ (jer je inače funkcija $a \cdot e^{-\frac{b}{d}}$, koju je upotrebio Mihajlov, i još pre njega Terazaki [3], str. 18, jedna od najprikladnijih za krivu porasta, o čemu će biti reči na drugom mestu).

3) Upotreba tega d^2 za visinsku krivu

Već sam istakao da je kod odredbe visinske krive osnovno da greške u zapremini budu što manje. Nisu ovde bitna otstupanja računatih visina od merenih, već kako će se ova otstupanja odraziti na zapreminu. Izvesno otstupanje kod velike visine izazvaće mnogo veću grešku na zapremini nego što će je izazvati isto toliko otstupanje kod male visine. Potrebno je, dakle, povećati uticaj debljih stabala kod određivanja visinske krive, a to ćemo postići pravilnim matematskim formulisanjem zahteva postavljenog u uvodu: da bude minimalan zbir kvadrata otstupanja zapremina po visinskoj krivoj od zapremina po merenim visinama.

Ako visinu računamo pomoću

$$h = a + b \cdot d + c \cdot d^2 \tag{5}$$

onda ustvari treba odrediti koeficijente **a**, **b**, **c** tako da budu što je moguće bolje zadovoljeni uslovi

$$\Delta V_i = f_i \cdot \frac{d^2_i}{4} \pi \cdot \left[h_i - (a + b\, d_i + c\, d^2_i) \right] = o,$$

Ovo se metodom najmanjih kvadrata postiže tako što se zahteva da bude u minimumu

$$S \left[h_i - (a + b\, d_i + c\, d^2_i) \right]^2 f^2_i\, d^4_i \, .$$

Prema tome, metod najmanjih kvadrata zahteva stvarno upotrebu tega $f^2 d^4$.

Međutim, sam zapreminski koeficijent je problem za sebe i mora se izbeći njegova upotreba. Puno zanemarivanje zapreminskog koeficijenta povećalo bi uticaj debelih stabala preko njihovog stvarnog uticaja na zapreminu, jer ovaj koeficijent opada dok **d** raste. A krajnje debela stabla su većinom izuzetak od pravilnog razvoja (često sa visinom manjom nego što je visina nešto tanjih stabala). Zato je bolje njegov uticaj na zapreminu kod debelih stabala nešto umanjiti nego li ga preuveličavati, što se lepo može postići uzevši **fd** kao konstantu (pošto **f** opada nešto sporije nego 1/d).

Problem se dakle svodi na to da uz $(h_i - h)^2$ upotrebimo teg d^2. Uzmemo li još u obzir grupisanost stabala u debljinske klase, onda dolazimo do toga da treba da budu što je moguće bolje zadovoljene jednačine

$$(h_i - a - b \cdot d_i - c \cdot d^2_i) \cdot n_i \cdot d^2_i = o,$$

odnosno da treba da bude

$$S(h_i - a - b \cdot d_i - c \cdot d^2_i)^2 \cdot n_i \cdot d^2_i = \min.$$

Ovaj, jedino ispravni, put očevidno je suprotan onome što su učinili autori »skraćenog metoda«, jer su stvarno upotrebili teg $\frac{1}{d^2}$ i onome što se čini formulom Mihajlova, jer se tu upotrebljava još gori teg $\frac{1}{h^2}$. Zato treba ubuduće, radi korektne primene punog metoda najmanjih kvadrata, poći od uslova (7), a radi ispravnog korišćenja skraćenog postupka poći od jednačina (6). Tako će se dobiti visinska kriva čija će primena izazvati koliko je god moguće manja otstupanja računatih od stvarnih zapremina.

4) Ispravne formule za odredbu visinske krive

Iz uslova (7) dobijamo, deriviranjem po **a**, **b**, **c**, uslovne jednačine:

$$
\begin{aligned}
S(h-a-bd-cd^2)\cdot nd^2 &= 0\\
S(h-a-bd-cd^2)\cdot nd^3 &= 0\\
S(h-a-bd-cd^2)\cdot nd^4 &= 0
\end{aligned}
$$

ili

$$
\left.\begin{aligned}
a\cdot Snd^2 + b\cdot Snd^3 + c\cdot Snd^4 &= Snhd^2\\
a\cdot Snd^3 + b\cdot Snd^4 + c\cdot Snd^5 &= Snhd^3\\
a\cdot Snd^4 + b\cdot Snd^5 + c\cdot Snd^6 &= Snhd^4
\end{aligned}\right\} \tag{8}
$$

Izrazi potrebni u ovim jednačinama formiraju se prilično jednostavno pomoću tablica raznih stepena prečnika, uz formiranje kolone proizvoda **nh** odmah pored **h**. Onaj koji češće ima posla sa određenim prečnicima stabala, može sebi načiniti jednom zauvek tablice za dotične prečnike. Ovde je data takva jedna tablica za prečnike koji su kod nas najčešće u upotrebi, sa podelom prečnika u klase sa klasnim intervalom od 5 cm. (Tablica I sa prečnicima u metrima).

Od interesa je i Tablica II, podešena za upotrebu makojih klasnih intervala **w**. Naime sa klasnim intervalom **w** je $d_i = (i-½)\cdot w$, te jednačine (8) dobijaju oblik

(8a)

$$
\begin{aligned}
&a.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^2 + (10\,w)\,b.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^3 - (10\,w)^2\,c.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^4 = Sn_i\,h_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^2\\
&a.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^3 + (10\,w)\,b.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^4 - (10\,w)^2\,c.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^5 = Sn_i\,h_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^3\\
&a.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^4 + (10\,w)\,b.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^5 - (10\,w)^2\,c.\ Sn_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^6 = Sn_i\,h_i\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^4
\end{aligned}
$$

Tablica II daje potrebne stepene za svaku klasu. Treba samo napomenuti (da ne bi bilo grešenja) da **i** nikada ne počinje od 1, jer prvih nekoliko debljinskih klasa nisu od interesa. Iz jednačina (8a) dobijamo lako nepoznate **a, b, c.** — ili najpre **a**, **b**(10w), **c**(10w)^2. Njihovim uvršćenjem u (5) dobijamo jednačinu visinske krive.

Ako smo prvi član fiksirali, tj. uzeli $a = 1\cdot 3$ m, onda prva jednačina otpada i jednačine postaju

$$
\left.\begin{aligned}
b.\ Sn_i\,d_i^{\,4} + c.\ Sn_i\,d_i^{\,5} &= SH_i\,d_i^{\,3}\\
b.\ Sn_i\,d_i^{\,5} + c.\ Sn_i\,d_i^{\,6} &= SH_i\,d_i^{\,4}\\
H_i &= n_i\,(h_i - 1.3)
\end{aligned}\right\} \tag{9}
$$

i analogne jednačine (9a). Prednost za računanje je velika, jer ne samo da imamo jednu nepoznatu manje, već se i rešenje odmah može dati u jednostavnom eksplicitnom obliku, i to

$$
b = \frac{p_3\,q_6 - p_4\,q_5}{q_4\,q_6 - q_5^{\,2}},\qquad c = -\ \frac{p_3\,q_5 - p_4\,q_4}{q_4\,q_6 - q_5^{\,2}} \tag{10}
$$

sa

$$
p_3 = SH_i\,d_i^{\,3},\quad p_4 = SH_i\,d_i^{\,4},\quad q_4 = Sn_i\,d_i^{\,4},\quad q_5 = Sn_i\,d_i^{\,5},\quad q_6 = Sn_i\,d_i^{\,6}.
$$

Uz upotrebu klasnog intervala **w** je

$$b = \frac{1}{10\,w} \cdot \frac{p_3 q_6 - p_4 q_5}{q_4 q_6 - q_5^2}, \qquad c = - \left(\frac{1}{10\,w}\right)^2 \cdot \frac{p_3 q_5 - p_4 q_6}{q_4 q_6 - q_5^2}, \tag{10a}$$

sa

$$p_3 = SH_i \left(\frac{i - 0.5}{10}\right)^3, \qquad p_4 = SH_i \left(\frac{i - 0.5}{10}\right)^4, \quad q_k = Sn_i \left(\frac{i - 0.5}{10}\right)^k, \ k = 4,\ 5,\ 6,$$

uz korišćenje Tablice II.

Treba, dakle, samo izračunati vrednosti (10) ili (10a) i uvrstiti ih u (1) da odmah dobijemo jednačinu visinske krive. Ona će možda biti nešto manje precizna (a može se slučajno desiti i obratno) nego kriva (5), ali je račun mnogo jednostavniji.

Radi ilustracije metod je primenjen na istom primeru i za puni trinom su dobivene uslovne jednačine

Tablica I

d	d^2	d^3	d^4	d^5	d^6
0.125	0.0156	0.0020	0.0002	0.0000	0.0000
0.175	0.0306	0.0054	0.0009	0.0002	0.0000
0.225	0.0506	0.0114	0.0026	0.0006	0.0001
0.275	0.0756	0.0208	0.0057	0.0016	0.0004
0.325	0.1056	0.0343	0.0111	0.0036	0.0012
0.375	0.1406	0.0527	0.0198	0.0074	0.0028
0.425	0.1806	0.0768	0.0326	0.0139	0.0059
0.475	0.2256	0.1071	0.0509	0.0242	0.0115
0.525	0.2756	0.1447	0.0760	0.0399	0.0209
0.575	0.3306	0.1901	0.1093	0.0628	0.0361
0.625	0.3906	0.2441	0.1526	0.0954	0.0596
0.675	0.4556	0.3075	0.2076	0.1401	0.0946
0.725	0.5256	0.3811	0.2763	0.2003	0.1452
0.775	0.6006	0.4655	0.3607	0.2796	0.2166
0.825	0.6806	0.5615	0.4632	0.3822	0.3153
0.875	0.7656	0.6699	0.5861	0.5129	0.4488
0.925	0.8556	0.7914	0.7320	0.6771	0.6263
0.975	0.9506	0.9268	0.9036	0.8810	0.8590
1.025	1.0506	1.0769	1.1038	1.1314	1.1597
1.075	1.1556	1.2423	1.3355	1.4356	1.5433
1.125	1.2656	1.4238	1.6018	1.8020	2.0272
1.175	1.3806	1.6222	1.9061	2.2397	2.6316
1.225	1.5006	1.8383	2.2519	2.7586	3.3793
1.275	1.6256	2.0727	2.6427	3.3694	4.2960
1.325	1.7556	2.3262	3.0822	4.0839	5.4112
1.375	1.8906	2.5996	3.5745	4.9149	6.7579
1.425	2.0306	2.8936	4.1234	5.8758	8.3730
1.475	2.1756	3.2090	4.7333	6.9816	10.2978

Tablica II

d	$\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^2$	$\left(\frac{i-0,5}{10}\right)^3$	$\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^4$	$\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^5$	$\left(\frac{i-0.5}{10}\right)^6$
1	0.0025	0.000125	0.00001	0.00000	0.00000
2	0.0225	0.003375	0.00051	0.00008	0.00001
3	0.0625	0.015625	0.00391	0.00098	0.00024
4	0.1225	0.042875	0.01501	0.00525	0.00184
5	0.2025	0.091125	0.04101	0.01845	0.00830
6	0.3025	0.166375	0.09151	0.05033	0.02768
7	0.4225	0.274625	0.17851	0.11603	0.07542
8	0.5625	0 421875	0.31641	0.23730	0.17798
9	0.7225	0.614125	0.52201	0.44371	0.37715
10	0.9025	0.857375	0.81451	0.77378	0.73509
11	1.1025	1.157625	1.21551	1.27628	1.34010
12	1.3225	1.520875	1.74901	2.01136	2.31306
13	1.5625	1.953125	2.44141	3.05176	3.81470
14	1.8225	2.460375	3.32151	4.48403	6.05345
15	2.1025	3.048625	4.42051	6.40973	9.29411
16	2.4025	3.723875	5.77201	8.94661	13.86725
17	2.7225	4.492125	7.41201	12.22981	20.17919
18	3.0625	5.359375	9.37891	16.41309	28.72290
19	3.4225	6.331625	11.71351	21.66999	40.08948
20	3.8025	7.414875	14.45901	28.19506	54.98037
21	4.2025	8.615125	17.66101	36.20506	74.22038
22	4.6225	9.938375	21.36751	45.94014	98.77130
23	5.0625	11.390625	25.62891	57.66504	129.74634
24	5.5225	12.977875	30.49801	71.67031	168.42524
25	6.0025	14.706125	36.03001	88.27352	216.27011
26	6.5025	16.581375	42.28251	107.82039	274.94200
27	7.0225	18.609625	49.31551	130.68609	346.31814
28	7.5625	20.796875	57.19141	157.27637	432.51001
29	8.1225	23.149125	65.97501	188.02877	535.88199
30	8.7025	25.672375	75.73351	223.41384	659.07084

$$18.180\,a + 9.705\,b + 5.918\,c = 437.005$$
$$9.705\,a + 5.918\,b + 3.977\,c = 253.564$$
$$5.918\,a + 3.977\,b + 2.874\,c = 163.185$$

odakle visinska kriva

$$h = -1.052 + 70.770\,d - 38.985\,d^2. \qquad (11)$$

Za trinon sa fiksiranim prvim članom bio je pored kolone **H** potreban samo još ovaj račun: $p_3 = 240.95$, $p_4 = 155.49$, $q_4 = 5.918$, $q_5 = 3.977$, $q_6 = 2.874$, $q_4q_6 - q_5^2 = 1.192$, $b = 62.170$, $c = 31.936$, i jednačina visinske krive je

$$h = 1.3 + 62.170\,d - 31.936\,d^2. \qquad (12)$$

5) Ispravljen skraćeni postupak

Za ispravan skraćeni postupak ne smemo, kao što smo videli, upotrebiti izraz (2) umesto (1), već naprotiv pomnožiti izraz (1) još sa tegom d^2, tj. koristiti se jednačinama (6). Ove jednačine nisu u potpunosti zadovoljene, ali pošto ih ima veći broj možemo, umesto prave primene metoda najmanjih kvadrata, grupisati ove jednačine u dve ili tri grupe. Tada će se otstupanja ovih jednakosti od stvarnih skoro poništiti, pa ćemo približno imati (za puni trinom — podela na tri grupe):

$$\left.\begin{array}{l} a\,.\,S_1\,nd^2 + b\,.\,S_1\,nd^3 + c\,.\,S_1\,nd^4 = S_1nhd^2 \\ a\,.\,S_2\,nd^2 + b\,.\,S_2\,nd^3 + c\,.\,S_2\,nd^4 = S_2nhd^2 \\ a\,.\,S_3\,nd^2 + b\,.\,S_3\,nd^3 + c\,.\,S_3\,nd^4 = S_3nhd^2 \end{array}\right\}. \qquad (13)$$

Kada je prvi član trinona unapred uzet a = 1.3, onda to fiksiranje ima jednu novu prednost za skraćeni postupak, naime podela u samo dve grupe čini verovatnijim poništenje raznih otstupanja (6) od nule (pri sumiranju). Zato se ovde još bolje može primenjivati skraćeni postupak nego li kada je a neodređeno. Tada takođe otpada prva jednačina (13), a ostale dve daju

$$b = \frac{s_1 q_2 - s_2 q_1}{p_1 q_2 - p_2 q_1}, \qquad c = -\frac{s_1 p_2 - s_2 p_1}{p_1 q_2 - p_2 q_1} \qquad (14)$$

sa

$$s_{1,2} = S_{1,2}(Hd^2), \quad p_{1,2} = S_{1,2}(nd^3), \quad q_{1,2} = S_{1,2}(nd^4).$$

Dakle, u oba slučaja imamo istu vrstu računa kao i ranije, ali u manjem opsegu, jer imamo posla sa nižim stepenima od **d**, a sabiramo samo po jedan deo kolone, tako da upola skraćujemo račun oko nalaženja veličina **s**, **p**, **q**.

Primenjeno na isti primer, sa podelom na tri grupe, onako kako je naznačeno u tabeli, dovodi do jednačina

$$\begin{array}{r} 1.478\,a + 0.265\,b + 0.049\,c = 14.575 \\ 4.998\,a + 1.860\,b + 0.707\,c = 102.158 \\ 11.704\,a + 7.580\,b + 5.162\,c = 320.270 \end{array}$$

odakle

$$h = -3.791 + 86.591\,d - 56.511\,d^2. \qquad (15)$$

Podela na dve grupe daje za isti primer

$$\begin{array}{lll} s_1 = 41.440 & p_1 = 0.782 & q_1 = 0.2066 \\ s_2 = 371.930 & p_2 = 8.923 & q_2 = 5.7118 \end{array} \quad p_1q_2 - q_1p_2 = 2.6236$$

pa visinska kriva ima jednačinu

$$h = 1.3 + 60.938\,d - 30.082\,d^2 \qquad (16)$$

I ovde možemo, mada će to zbog nižih stepena biti manje potrebno, da se koristimo Tablicom II. U jednačinama (13) i (14) tada — analogno onom u (8a) i (10a) — umesto **b** i **c** imaćemo (10w)b i $(10w)^2$c, a umesto **d** imaćemo $\left(\frac{i - 0{,}5}{10}\right)$ — sve ostalo ostaje isto kao i u (13) i (14).

Skraćeni postupak se može primeniti i na polinom trećeg stepena, ali vrlo retko. Naime, parabola trećeg stepena ima prevojnu tačku kao i visinska kriva, ali posle prevojne tačke dolazi maksimum iza koga kriva pada mnogo strmije nego parabola drugog stepena. Zato, ako pri njenoj primeni maksimum padne između uzetih prečnika, za zadnje prečnike će se dobiti jako male — neprirodne — vrednosti. Zato se polinom trećeg stepena može primeniti samo onda kada imamo veliki broj debelih stabala, koja će uticati na to da se maksimum pomeri više udesno. Pri tome ćemo imati slabe koristi od fiksiranja slobodnog člana na 1.3, jer se time umanjuje elastičnost polinoma. Zato (ako nam je mnogo da računamo sa 4 nepoznata koeficijenta) biće bolje da upotrebimo puni polinom drugog stepena. Kada, pak, možemo raditi sa 4 nepoznate onda praktično dolazi u obzir i skraćeni postupak (podela u 4 grupe).

Dakle, ukupno uzevši, polinomom trećeg stepena $h = a + bd + cd^2 + ed^3$ ćemo se koristiti samo ako hoćemo veliku preciznost, ali pod uslovom da broj debljih stabala nije mali u odnosu na broj tanjih stabala, a da uz to za skraćeni postupak i ukupan broj stabala bude vrlo veliki (da bi u svaku od 4 grupe došao veliki broj stabala). Tada ćemo za nalaženje koeficijenata **a, b, c, e** imati jednačinu

$$a \, . \, S_1 nd^2 + b \, . \, S_1 nd^3 + c \, . \, S_1 nd^4 + e \, . \, S_1 nd^5 = S_1 nhd^2$$

i još tri jednačine sa S_2, S_3, S_4.

Kako uzeti primer nije nimalo pogodan za primenu paraboličnog trenda trećeg reda, to sam ovaj trend izračunao samo sa $a = 1.3$, po skraćenom postupku, tj. koristio sam se postojećom podelom u tri grupe i formirao jednačine

$$\begin{aligned} 0.265\,b + 0.049\,c + 0.0043\,e &= 12.654 \\ 1.860\,b + 0.707\,c + 0.2599\,e &= 95.661 \\ 7.580\,b + 5.162\,c + 3.5932\,e &= 305.056 \end{aligned}$$

Dobivena visinska kriva

$$h = 1.3 + 32.805\,d + 91.640\,d^2 - 115.964\,d^3 \qquad (17)$$

svojim vrednostima h jasno ilustruje neprikladnost polinoma trećeg stepena za ovakve primere.

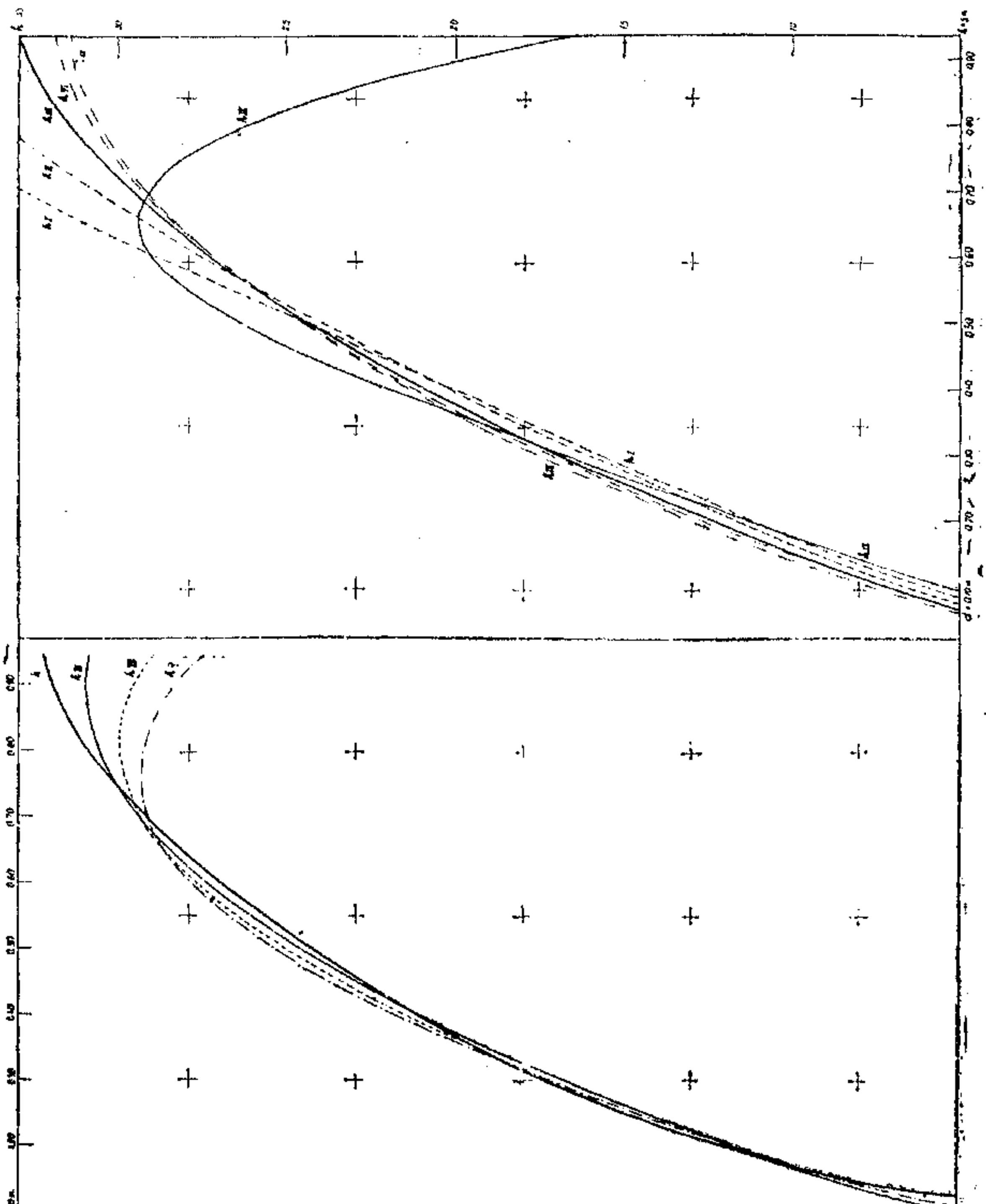
6) Primer

Radi ilustracije svih ovih postupaka poslužio sam se uzorkom iz jelove sastojine koji je bio uzet radi taksacije drvne mase na Igmanu (ogledna ploha br. 1, odelenje 90, bonitet IV, Zavod za uređivanje šuma na Poljoprivredno-šumarskom fakultetu u Sarajevu). U priloženom pregledu računa dati su: srednji prečnici pojedinih klasa, srednje visine stabala u toj klasi, broj stabala za svaku klasu, proizvodi nh, $H = n(h - 1{\cdot}3)$, $\frac{h - 1.3}{d}$, a zatim su date visine po pojedinim visinskim krivama. Sa h_I je obeležena visinska kriva po »skraćenom metodu« iz rada [1], a sa h_{II} po delimično ispravljanom skraćenom postupku (bez tega d^2 — po jednačinama (3). Sa h_{III} je obeležena potpuno ispravna visinska kriva (11) po metodu najmanjih kvadrata, sa tegom d^2, a sa h_{IV} takva kriva (12), sa fiksiranim prvim članom $a = 1.3$. Radi komparacije su date kao h_{VII} i h_{VIII} isto takve krive, ali bez tega d^2 (dakle onako kako se sada praktikuje u primeni metoda najmanjih kvadrata). Njihove jednačine su

$$h_{VII} = -\,2.788 + 80.014\,d - 48.807\,d^2$$
$$h_{VIII} = 1.3 + 58.920\,d - 26.774\,d^2$$

Zatim su pod h_V i h_{VI} date visinske krive dobivene ispravljenim skraćenim postupkom, i to (15) sa slobodnim članom **a** i (16) sa $a = 1.3$. Najzad su pod h_{IX} date vrednosti određene krivom (17) trećeg stepena.

Grafički prikaz svih ovih krivih linija morao sam podeliti u dva dela, jer se u protivnom na crtežu ne bi moglo više ništa razaznati. Na prvom crtežu se nalaze krive sa slobodnim članom **a** i grafički izravnata kriva, a na drugom krive sa a = 1.3 (parabola trećeg stepena takođe).



Radi brojčanog i dovoljno efikasnog upoređenja svih ovih postupaka date su razlike između zapremina dobivenih po visinskim krivama i zapremine **V** izračunate po pravoj visini (koja je data u koloni **V**). Za

Tabela 1

Upoređenje izračunatih visina i razlika

d	h	n	nh	H	$\frac{h-1.5}{d}$	h_I	h_{II}	h_{III}	h_{IV}	h_V	h_{VI}
0.125	5 9	27	159.3	124.2	36.80	7.21	7.69	7.19	8.57	6.15	8.45
0.175	10.1	18	181.8	158.4	50.29	9.54	10.10	10.14	11.20	9.63	11.04
0.225	12.9	10	129.0	116.0	51.56	11.85	12.43	12.90	13.67	12.83	13.49
0.275	17.0	10	170.0	157.0	57.09	14.13	14.68	15.46	15.98	15.75	15.78
0.325	19.1	9	171.9	160.2	54,77	16.39	16.84	17.83	18.13	18.38	17.93
0.375	20.1	8	160.8	150.4	50,13	18.63	18.93	20.01	20.12	20.73	19.92
0.425	22.4	12	268.8	253,2	49.65	20.85	20.93	21.98	21.95	22.80	21.77
0.475	23.7	7	165.9	156.8	47.16	23.05	22.85	23.77	23.63	24.59	23.46
0.525	24.6	9	221.4	209.7	44.38	25.22	24.69	25.36	25.14	26 10	25.00
0.575	27.2	5	136.0	129.5	45.04	27.37	26 45	26.75	26.49	27.32	26.39
0.625	26.2	5	131.0	124.5	39.84	29.50	28.13	27.95	27.68	28.26	27.64
0.675	28	1	28.0	26.7	39.56	31.61	29.72	28.96	28.72	28 91	28.73
...	..	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.775	31	1	31.0	29.7	38.32	34.77	32.67	30.38	30.30	29.39	30.46
0.825	33	2	66.0	63.4	38.42	37.81	34.02	30.80	30 85	29.19	31.10
0.875	31	1	31.0	29.7	33.94	39.83	35.28	31.03	31.25	28.71	31.59
0.925	30	1	30.0	28.7	31.03	41.83	36.47	31.05	31.48	27.96	31.93

Otstupanja računatih od merenih visina

d	Δh_{III}	Δh_{IV}	Δh_V	Δh_{VI}	Δh_{VII}	Δh_{VIII}
0.125	+ 1.21	+ 2.67	+ 0.25	+ 2.55	+ 0.55	+ 2.35
0.175	+ 4	+ 1.10	— 47	+ 94	— 38	+ 69
0.225	0	+ 77	— 7	+ 59	— 15	+ 30
0.275	— 1.54	— 1.02	— 1 25	— 1.22	— 1.47	— 1.52
0.325	— 1.27	— 97	— 72	—1.17	— 1.04	— 1.48
0.375	— 9	+ 2	+ 63	— 18	+ 26	— 47
0.425	— 42	— 45	+ 40	— 63	0	— 89
0.475	+ 7	— 7	+ 89	— 24	+ 51	— 45
0.525	+ 76	+ 54	+ 1.50	+ 40	+ 1.17	— 25
0.575	— 45	— 71	+ 12	— 81	— 12	— 87
0.625	+ 1 75	+ 1.48	+ 2.06	+ 1.44	+ 1.96	+ 1.47
0.675	+ 96	+ 72	+ 91	+ 73	+ 99	+ 87
...	...	...	...	...	...	...
0.775	— 62	— 70	— 1 61	— 54	— 1.09	— 12
0825	— 2.20	— 2.15	— 3 81	— 1.90	— 2.99	— 1.31
0.875	+ 3	+ 25	— 2.29	+ 59	— 1.14	+ 1.36
0.925	+ 105	+ 1 48	— 2.04	+ 1.93	— 53	+ 2.89
s^2	0.9522	2.1611	0.9603	2.0383	0.7834	1.9491
s	0976	1.470	0.980	1.428	08.85	1.396

u zapremini po raznim metodama

h_{VII}	h_{VIII}	h_{IX}	V	ΔV_I	ΔV_{II}	ΔV_{III}	ΔV_{IV}	ΔV_V	ΔV_{VI}	ΔV_{VII}	ΔV_{VIII}
6.45	8.25	6.60	0.064	−8	+11	+8	+16	+1	+16	+3	+15
9.72	10.79	9.22	0.177	−7	0	0	+13	−6	+12	−5	+8
12.75	13.20	12.00	0.350	−20	−9	0	+15	−1	+12	−3	+6
15.53	15.48	14.84	0.650	−90	−72	−46	−30	−38	−37	−44	−46
18.06	17.62	17.66	0.998	−113	−98	−56	−41	−31	−52	−44	−63
20.36	19.63	20.38	1.385	−83	−66	−5	+1	+34	−10	+14	−26
22.40	21.51	22.90	1.943	−110	−104	−28	−32	+28	−44	0	−62
24.21	23.25	25.14	2.540	−54	−72	+6	−16	+75	−20	+43	−39
25.77	24.85	27.00	3.195	+62	+9	+76	+54	+151	+40	+116	+25
27.08	26.33	28.41	4.130	+18	−78	−47	−75	+13	−84	−13	−92
28.16	27.67	29.29	4.748	+405	+249	+220	+188	+262	+187	+252	+190
28.99	28.87	29.54	5.809	+466	+235	+134	+99	+128	+100	+138	+120
...	..	...	....	..	..	..	..	..	..	..	..
29.91	30.88	27.78	8.180	+494	+244	−100	−114	−262	−90	−181	−20
30.01	31.69	25.62	9.596	+506	+140	−360	−353	−667	−307	−511	−208
29.86	32.36	22.48	10.427	+1061	+695	+6	+48	−510	+112	−245	−250
29.47	32.89	18.28	11.418	+1508	+1158	+244	+337	−526	+436	−130	−625
			$10^6 s^2$	4521	2876	570	534	1714	556	914	712
			$10^4 s$	2126	1696	755	731	1309	746	956	844

zapremine sam se koristio tablicom 40 (jela, a za sve starosne klase, tj. za prebornu šumu) iz zbirke tablica [4] (Grundner-Schwappach).

Iz nađenih otstupanja zapremina izveo sam srednje kvadratno otstupanje, po formuli

$$s^2 = \frac{Sn(\triangle V)^2}{Sn - 1}$$

Upoređenje ovih srednjih otstupanja pokazuje jasnu saglasnost sa argumentacijama u ovom radu.

Najpre upoređenje h_I sa h_{II} pokazuje da »skraćeni metod« iz [1] daje slabiji rezultat nego delimično ispravljen skraćeni postupak (bez tega), a mnogo slabiji nego h_{IV} tj. isti oblik funkcije, ali sa tegom d^2 i sa pravilno skraćenim postupkom. Dalje upoređenje h_{III} sa h_{VII}, a isto tako h_V sa h_{VIII}, pokazuje očevidnu prednost upotrebe tega d^2 nad dosada uobičajenim radom. Štaviše, i skraćenim postupkom dobivena kriva h_{VI} dala je bolji rezultat nego obe krive h_{VII} i h_{VIII}.

Jedino je h_V dala nešto slabiji rezultat, zato što se (usled podele na tri nedovoljno velike grupe) otstupanja nisu dovoljno poništila. Ali, ako uporedimo h_{III} sa h_{IV}, h_V sa h_{VI} i h_{VII} sa h_{VIII}, vidimo da su sve krive sa fiksiranim prvim članom dale bolje rezultate nego isto takve krive sa slobodnim prvim članom. Uzrok ovome nesumnjivo leži u funkciji koja zapreminu veže sa visinom i prečnikom, jer toj funkciji bolje odgovara kriva $h = 1.3 + bd + cd^2$, ali to se ne može dokazati, jer nam oblik ove funkcije nije poznat.

Zaključak.

Cilj određivanja visinske krive paraboličkim trendom, naime dobijanje što tačnijih zapremina, najbolje se postiže upotrebom tega d^2, uz fiksiranje prvog člana na $a = 1.3$ tj. u obliku $h = 1.3 + bd + cd^2$, gde su **b** i **c** dati izrazima (18) ili (10a). Ako pri tome hoćemo da koristimo skraćeni postupak, onda treba sva stabla podeliti u dve grupe (s tim da grupa tanjih stabala bude nešto brojnija nego grupa debljih stabala) i primeniti formule (14), gde je teg d^2 već uzet u obzir. Ako ne želimo da fiksiramo prvi član, onda je teg d^2 uzet u obzir u jednačinama (8) — ili (8a) — a upotreba skraćenog postupka, tj. jednačina (13), nije preporučljiva, usled podele na tri grupe (odnosno može se koristiti samo ako su sve tri grupe dovoljno velike).

Da bi se još jasnije pokazalo koliko je postignut stvarni cilj, dao sam i pregled otstupanja računatih visina od stvarnih visina i za svaku krivu našao srednje kvadratno rasturanje tih otstupanja (standardnu grešku). Kada bi nam same visine bile cilj, onda bi kriva h_{VII} bila svakako najbolja, ali naš cilj je tačnost zapremina, a za njih je najbolja kriva h_{V}.

RESUMO

NEKOREKTA APLIKO DE LA METODO DE MINIMUMA KVADRATSUMO ĈE ELTROVADO DE ALTECKURBO DE ARBKOMPLEKSO

Ĉe la alteckurbo oni postulas kutime ke estu minimuma kvadratsumo de la diferencoj inter la kalkulotaj kaj la mezuritaj arbaltoj. Sed korekte estus ke oni eltrovu tian alteckurvon ĉe kiu estu minimuma kvadratsumo de la diferencoj inter la volumenoj kalkulotaj el la alteckurbo kaj la volumenoj troveblaj el la mezuritaj altoj. Oni ja eltrovas la alteckurbon ne pro la alteco mem sed pro la volumeno.

Ekirante de tia postulo, la aŭtoro kritikas la »rapidmetodon« de la verkaĵo [1], ĉar la ekvacio (2) fakte enkodukas la pezon $\frac{1}{d^2}$. Oni povas mallongigi la metodon nur per la ekvacioj (3). En la dua parto estas montrita nekorekta apliko de la metodo de minimuma kvatratsumo ĉe la transformo de la eksponencia al la rektlinia trendo (per logaritmado), ĉar oni tiam pezigas per $\frac{1}{h^2}$ kiel ekz. en la verkaĵo [2]. En la tria parto la aŭtoro montras ke la korekta postulo pri la kvadratsumo kondukas al (7), t. e. al utiligo de la pezo d^3 (Sen la pezigo oni pli favoras maldikajn arbojn, kaj la volumeno dependas pli de la dikaj). Tial, en la kvara parto, li donas la korektajn ekvaciojn (8) por la parabolo (5). Por la antaŭfiksita $a = 1.3$ m, oni havos la ekvaciojn (9), kun la tuja solvo (10). Por plifacili̇gi la kalkulojn, estas donita la Tabelo I, kun la klasintervalo 0.05 m. Se la klasintervalo estas alia, *w*, *oni* povas al la ekvacioj doni la formon (8a), resp. la tujan solvon (10a) kiam $a = 1.3$ m, kun la ebleco utiligi la Tabelon II.

Anstataŭ la »rapidmetodo« la aŭtoro, en la parto 5, enkondukas korektan mallongigitan proceدon, troviĝanta en la ekvacioj (13) por la kompleta trinomo, kaj eĉ pli bone en la solvo (14) kiam $a = 1.3$. La dividon en du grupoj oni devas fari tiel ke la grupo de la malpli dikaj arboj ne estu grave plimultnombra ol la grupo de la dikaj. La triagrada trinomo estas preskaŭ neaplikebla (nur kiam ĉiuj 3 au 4 grupoj estas sufiĉe grandaj kaj kiam la nombro de la dikaj arboj ne estas malgranda kompare kun la maldikaj).

En la 6-a parto kaj en la Tabelo 1 estas donita la ekzemplo de la abia komplekso. h estas la kurbo laŭ ga »rapidmetodo« el [1], h parte korektita kurbo — laŭ la ekvacioj (3), h_{III} kaj h_{IV} la tute korektaj solvoj (11) kaj (12) — laŭ la ekvacioj (8) kaj (10), h_{V} kaj h_{VI} estas la solvoj laŭ la korekta mallongigita procedo — laŭ la ekvacioj (13) kaj (14), t.e. la kurboj (15) kaj (16), h_{VII} kaj h_{VIII} estas la solvoj kun la ĝisnuna apliko de la metodo (sen la pezo d^2) kun a libera kaj kun $a = 1.3$ m., kaj fine h_{IX} estas la triagrada polinomo (por *ilustri ĝian netaŭgecon*). En la Tabelo 1 oni vidas ankaŭ la diferencojn inter la volumeno laŭ la diversaj solvoj kaj la vera volumeno, kune kun la standardaj devioj. En la Tabelo 2 estas farita la samo por la altoj mem, por povi kompari la diversajn procedojn laŭ ilia efiko sur la alto kaj sur la volumeno.

LITERATURA

1. J. W. Ker and J. H. G.: Smith: »Advantages of the Parabolic Expression of Height-Diameter Relationships«, The Forestry Chronicle, Sept. 1955, Vol. 31, № 3, pp. 236—246 Research Paper № 10, Faculty of Forestry, University of Britsh Columbia.

2. I. Mihajlov: »Korištenje na metodot na najmalite kvadrati pri sostavuvanje na ednovlezeni masovi tablici«, Godišen zbornik na Zemjodelsko-šumarskiot fakultet — Skopje, Šumarstvo, III, 1951, str. 3—59.

3. D. Todorović: »Analitička pretstava rašćenja«, Godišen zbornik na zemj.-šum. fakultet Skopje, VI—VII, 1955, str. 15—194.

4. Grundner-Schwappach: »Massentafeln zur Bestimung des Holzgehaltes stehender Waldbäume und Waldbestände« (X Aufl. 1952, Paul Parey, Berlin—Hamburg).

SADRŽAJ

RÉSUMÉS — SUMMARIES — ZUSAMMENFASSUNGEN

R A D O V I

POLJOPRIVREDNO-ŠUMARSKOG FAKULTETA U SARAJEVU

Časopis za poljoprivredu i šumarstvo

Izlazi povremeno. U časopisu se objavljuju naučni radovi, naučno stručne rasprave, građa i slični prilozi članova Poljoprivredno-šumarskog fakulteta u Sarajevu, kao i njegovih vanjskih saradnika.

R U K O P I S I:

Primaju se samo neobjavljeni radovi. Dostavljeni rukopisi treba da su pisani na stroju, samo na jednoj stranici, sa proredom i ostavljenim slobodnim prostorom sa strane za eventualne ispravke. Pojedini rad treba da opsegom ne prelazi 16 stranica štampanog teksta. Upotrebljena literatura neka se citira na jedinstven način, u svakom slučaju na kraju sastavka. Crteži neka su izrađeni samo za crno-bijele otiske, crteži u drugim bojama ne mogu se preuzeti za štampu. Priložene fotografije i crteži treba da imaju na poleđini napisan redni broj, zatim što prikazuju, ime autora i naslov radnje kojoj su priloženi. Kod slika, koje su već bile otisnute, treba označiti izvor. Uvrštavaju se samo slike koje doista služe objašnjavanju teksta. Fotografije i slike treba da budu što jasnije, a crteži treba da budu iscrtani na bijelom papiru za crteže. Kako tablice otežavaju štampanje, treba ih po mogućnosti izbjegavati, u svakom slučaju ograničiti se na najnužnije, eventualno služiti se kombiniranim tabelama.

Radove treba dostaviti u gramatički, stilski i pravopisno dotjeranom obliku. U kompoziciji rada treba se po mogućnosti držati sheme usvojene u ovoj publikaciji.

Ovu svesku uredio:

Prof. Dr. Ing. Slavoljub Dubić