

Dr Ostoja Stojanović
Šumarski fakultet
Sarajevo

PRIMJENA LINEARNE KORELACIJE PRI IZBORU METODA MJERENJA TAKSACIONIH VELIČINA

Za mjerenje ili određivanje taksacionih veličina bilo stabla bilo sastojine ili većeg šumskog kompleksa, po pravilu, postoji niz metoda nejednake tačnosti i primjenljivosti (upotrebljivosti). Razloge za ovakvu situaciju treba tražiti u samoj prirodi – osobinama oblika stabla i njegovih dijelova (nepravilnost oblika i znatne dimenzije), odnosno u činjenici da su sastojine šumskog drveća masovne pojave (statistički skupovi) sa izuzetno komplikovanim karakteristikama (znatno izraženog varijabiliteta konstituirajućih elemenata). Na toj činjeničnoj osnovi, brojnosti i šarolikosti metoda mjerenja i određivanja taksacionih veličina, znatan doprinos dali su i brojni stručni radnici u relativno dugoj istoriji taksacije kao prakse i nauke. Taksatori u praksi i istraživači u svom radu se zbog toga svakodnevno susreću s problemom izbora najpodesnijeg metoda mjerenja ili određivanja taksacionih veličina.

Navedimo samo nekoliko primjera: premjer trupaca (oblovine) svih vrsta, izbor visinomjera radi premjera visina stabala, izbor metoda za određivanje taksacionih veličina sastojine (zapremine drveta, zapreminskog prirasta, procenta prirasta itd. i sl.).

Metod jednostavne linearne korelacije, uz primjenu odgovarajućih statističkih testova, pruža mogućnost uporedjenja metoda mjerenja i zamjene preciznih ali skupih metoda s manje tačnim (približnim) ali pogodnijim i jeftinijim metodima.

Sama koncepcija primjene metoda jednostavne linearne korelacije je veoma jednostavna: Ako nizovi dviju koreliranih veličina y_i i x_i treba da daju iste rezultate oni se u pravougloj koordinatnoj sistemu mogu predstaviti pravom linijom čija jednačina ima veoma jednostavan oblik:

$$y = x$$

Ovakav jednostavni oblik važi samo za matematičke (funkcionalne) veze i ne može se očekivati kad su u pitanju statističke veličine koje uz to podliježu i tehničkim greškama (greškama metoda) i neizbježnim slučajnim greškama mjerenja. Graf prave linije za funkcionalnu vezu dviju veličina pretvara se u ovom slučaju u dijagram rasturanja dviju koreliranih veličina čija se "zavisnost" (veza) može izraziti korelacionom jednačinom oblika

$$\hat{y}_i = bx_i$$

odnosno, što je često slučaj, najbolje prilagodjenom pravom, oblika

$$\hat{y}_i = a + b x_i$$

U ovim jednačinama označeno je sa:

x_i = veličina po metodu koji se upoređuje

y_i = veličina po metodu prema kojem se vrši upoređivanje

a i b = parametri korelacione jednačine (u najboljem slučaju ovi parametri imaju sljedeće veličine $a = 0$ $b = 1$).

Određivanje parametara korelacione jednačine, odnosno izbor najbolje prilagodjene prave linije, vrši se po metodu najmanjih kvadrata, uz poznati uslov

$$\sum (\hat{y}_i - y_i)^2 = \min$$

iz koga sljeduju normalne jednačine

$$n a + b \sum x_i = \sum y_i =$$

$$a \sum x_i + b \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

čijim rješenjem se dobiju veličine parametara a i b .

Za uspostavljenu korelacionu vezu treba, pored izračunatih parametara, izračunati i ostale karakteristike i to:

r^2 kao pokazatelj jačine lineare korelacione veze i

s_t^2 odnosno s_t = standardnu grešku procjene kao prosječnu mjeru odstupanja mjerenih veličina od procjenjenih veličina tj. od veličina dobijenih po jednačini korelacione veze.

Kako se pri ovom uporedjenju metoda mjerenja odnosno odredjivanja, teoretski, mogu formirati beskonačni statistički skupovi pa je formiranje određenog konačnog broja veličina uvijek uzorak datog skupa, potrebno je dobiti veličine parametara u uzorku testirati i to pomoću testa za signifikantnost razlike. Treba testirati sljedeće hipoteze:

$$a \neq 0; b \neq 1; b \neq 0 \text{ i } r \neq 0.$$

Signifikantnost razlika $b \neq 0$ i $r \neq 0$ pokazuje postojanje pravolinijske korelacione veze. Poželjno je prema tome da rezultati testiranja pokažu da se veličine b i r signifikantno razlikuju od nule i to sa što većom vjerovatnoćom odnosno sa što manjim rizikom. Poželjno je takodje da test signifikantnosti hipoteze $a \neq 0$ pokaže da se a slučajno razlikuje od nule.

Rezultat testa signifikantnosti hipoteze $b \neq 1$ implicira dvojako ponašanje: ako se pokaže da je $b \neq 1$ slučajno, uz rezultat da je $a \neq 0$ takodje slučajno to znači da oba metoda daju statistički uporedive (jednake) rezultate i na nama je da izvršimo izbor prikladnijeg metoda mjerenja (odredjivanja) po drugim kriterijima (a ne po kriteriju tačnosti). Ukoliko se pokaže da je b signifikantno različito od 1 to znači da ispitivani metodi ne daju jednako tačne rezultate. Izbor metoda mjerenja vrši se tada ne samo po kriteriju tačnosti nego i po drugim kriterijima.

Ukoliko se zbog bilo kog razloga izbor tačnog metoda ne isplati onda se mjerenje (odredjivanje) taksacionih veličina vrši po manje tačnom, približnom metodi a tačni rezultati dobijaju preračunavanjem po dobijenoj jednačini.

$$\hat{y}_i = a + bx_i \text{ odnosno } \hat{y}_i = bx_i$$

što je u većini slučajeva ipak jeftinije i dovoljno tačno.

Linearitet (korelacione) veze izmedju taksacionih veličina dobijenih po dva različita metoda mjerenja (odredjivanja) može se testirati i pomoću analize varijanse i primjenom F-testa (testa količnika varijansi).

Kako je ovaj postupak, za one koji se svakodnevno ne bave primjenom statističkih metoda, teži, navodimo ga samo kao mogućnost.

Na kraju, navodimo nekoliko primjera primjene izloženog metoda u radovima obradjenim u Katedri za uređjivanje šuma našeg Fakulteta pod rukovodstvom autora ovog rada:

Uporedjenje i izbor metoda (formula) za određivanje zapremine pilanskih trupaca.

Uporedjenje i izbor metoda za mjerenje visine dubećih stabala (uporedjenje i izbor visinomjera).

Uporedjenje i izbor metoda za određivanje prirasta oborenog stabla.

Određjivanje zapremine drveta u šikarama i niskim šumama: ksilometrisanjem ili stereometrijskim metodom (sekcionisanjem).

Dr Ostoja Stojanović, dipl.ing.

APPLICATION OF LINEAR CORRELATION IN SELECTION OF METHODS FOR DETERMINATION OF MAGNITUDES IN FOREST MENSURATION

Summary

For measurement or determination of magnitudes in either trees or stands or in larger forest complex, there exist a number of different methods of various accuracy and applicability. The reasons for such a situation are the irregularity of the tree shape and its parts and the fact that the stands are populations or universes with a pronounced variability of the constituting elements, and the relatively long history of forest mensuration both as the practice and the science. Those dealing with forest mensuration in the practice and research are almost every day faced with the problem of selecting the most suitable method for measurement and determination of estimation magnitudes.

By means of linear correlation methods and with application of corresponding statistical tests it is possible to perform comparison and selection of measurement methods, namely to replace the precise but expensive method by less accurate but more suitable and less expensive method.

The idea itself to apply linear correlation for the purpose is very simple: if the pairs of two orders of variables x_i and y_i are the results of two methods of measurements or determination giving equally accurate results, then they can be presented in the rectangular coordinate system with a straight line, the equation of which has a very simple form

$$y = x$$

This simple form is valid only for mathematical (functional) relationships. However, for statistical magnitudes (magnitudes that are variable and susceptible to measuring errors) and obtained through the sampling method from an infinite population, the graphical presentation of the correlated pairs becomes scattering graph. The choice of the best adapted straight line, the equation of which has a form

$$\hat{y}_i = a + b x_i$$

is performed by use of the method of least squares with the known condition $\sum (\hat{y}_i - y_i)^2 = \min$.

In the equations there mean:

x_i = magnitude being compared

y_i = reference magnitude for comparison

\hat{y}_i = estimated magnitude y (according to the best adapted straight line).

For the established correlation it is necessary, in addition to the calculated parameters, to calculate other factors as well, namely:

r correlation coefficient, and

s_t standard error of estimate as an average measure of deviation of the measured values (y) from the values obtained from the correlation equation (\hat{y}_i)

The validity and applicability of the established correlation can be checked by the tests of significance namely:

test of significance for the difference (t-test) for the regression coefficients a and b , and

test of significance for the hypothesis $r \neq 0$.

The linearity of the correlation relationship between the estimation magnitudes obtained through the two different methods of measurement (determination) can be tested by means of variance analysis and by application of F-test for testing the variance ratio.

Finally, the paper gives some examples of application of the explained method in the works completed under the leading of the author of this paper.